SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG BÌNH

TRƯỜNG THPT SỐ 1 QUẢNG TRẠCH.

GIÁO VIÊN : PHAN VĂN ANH

MÔN : TOÁN.

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM.

RÈN LUYỆN TÍNH LINH HOẠT - SÁNG TẠO CHO HỌC SINH QUA CÁC BÀI TOÁN.

PHAN VĂN ANH

MÔN : TOÁN.

QUẢNG TRẠCH

THÁNG 5 NĂM : 2010

A. Mở đầu:

1. Lý do chọn đề tài :

Theo triết học duy vật biện chứng , mâu thuẫn là động lực thúc đẩy quá trình phát triển. Do đó trong quá trình dạy học người giáo viên cần chú trọng gợi động cơ học tập giúp các em thấy được sự mâu thuẫn giữa những điều chưa biết với khả năng nhận thức của mình. Điều này phát huy tính chủ động sáng tạo của học sinh trong việc lĩnh hội tri thức. Tình huống này phản ánh một cách logic và biện chứng trong quan niệm nội tại của bản thân các em. Từ đó kích thích các em phát triển tư duy tốt hơn.

Giải toán là hoạt động thường gặp đối với các em học sinh. Phần nhiều các em học sinh của chúng ta chỉ tìm ra được lời giải bài toán rồi sau đó dừng lại mà không tiếp tục khai thác bài toán hoặc không suy nghĩ bài toán mình vừa giải. Ngoài ra có một số khá đông các em không để ý đến bài toán thầy ra về nhà. Chính vì vậy mà kiến thức của các em đơn điệu , rời rạc. Do đó không thấy được mối liên hệ giữa lý thuyết với thực hành , không thấy được mối liên hệ giữa các bài toán .

Để khắc phục phần nào những nhược điểm trên trong các giờ dạy học toán. Tôi luôn suy nghĩ phải tìm ra các khía cạnh mới để kích thích suy nghĩ của các em , kích thích trí tò mò qua các vấn đề này thầy cô đưa ra thông qua đó để trang bị một cách có hệ thống các kiến thức thiết thực , trang bị cho các em một cách nhìn các bài toán ở nhiều góc độ khác nhau. Tăng khả năng tư duy logic và rèn luyện tính sáng tạo cho các em. Giúp cho các em có tác phong độc lập khi giải toán. Đứng trước một bài toán có thể chủ động linh hoạt biết đặt ra các câu hỏi và tìm ra câu hỏi trả lời thích hợp để giải quyết bài toán một cách trọn vẹn.

Môn Toán trong trường phổ thông giữ một vai trò , vị trí hết sức quan trọng là môn học công cụ nếu học tốt môn Toán thì những tri thức trong Toán cùng với phương pháp làm việc trong toán sẽ trở thành công cụ để học tốt những môn học khác. Môn Toán góp phần phát triển nhân cách , ngoài việc cung cấp cho học sinh hệ thống kiến thức , kĩ năng toán học cần thiết môn Toán còn rèn luyện cho học sinh đức tính , phẩm chất của người lao động mới : cẩn thận , chính xác , có tính kỉ luật , tính phê phán , tính sáng tạo , bồi dưỡng óc thẩm mĩ.

Vì vậy để giúp học sinh học tốt môn toán tôi đã chọn đề tài :

RÈN LUYỆN TÍNH LINH HOẠT - SÁNG TẠO
CHO HỌC SINH QUA CÁC BÀI TOÁN.

2. Mục tiêu của đề tài :

- Rèn luyện cho các em có tư duy biện chứng , linh hoạt khi nhìn nhận , phát hiện và giải quyết vấn đề.
- Góp phần xây dựng năng lực tư duy logic , khả năng diễn đạt vấn đề mạch lạc và khả năng suy luận có lý.
- Tạo ra sự linh hoạt cho học sinh trong quá trình tìm lời giải của bài toán.
- Gây hứng thú cho học sinh trong quá trình tìm tòi , phát hiện vấn đề. Tập cho học sinh khả năng tự học và tự nghiên cứu các vấn đề khác của toán học.

3. Phạm vi của đề tài :

- Đối tượng của đề tài là học sinh lớp 10 và 11có trình độ toán học và năng lực tư duy toán học nhất định.
- Các bài toán nằm trong chương trình thi học sinh giỏi của bậc THPT.

4. Phương pháp nghiên cứu :

Để thực hiện mục đích và nhiệm vụ của đề tài , trong quá trình nghiên cứu tôi đã sử dụng các nhóm phương pháp sau :

Nghiên cứu các loại tài liệu sư phạm có liên quan đến đề tài.

Phương pháp quan sát (công việc dạy - học của giáo viên và HS).

Phương pháp điều tra (nghiên cứu chương trình , hồ sơ chuyên môn,…).

Phương pháp đàm thoại phỏng vấn.

Phương pháp thực nghiệm.

5. Đóng góp của đề tài :

a. Về mặt khoa học.

- Rèn luyện tư duy linh hoạt , góp phần xây dựng năng lực tư duy logic , khả năng diễn đạt vấn đề mạch lạc và khả năng suy luận có lý.
- Tạo ra sự linh hoạt cho học sinh trong quá trình tìm lời giải của bài toán.

b. Về mặt thực tiễn.

- Thu hút , lôi cuốn các em ham thích học môn Toán.
- Từng bước nâng cao kết quả học tập của mỗi em.
- Tập cho học sinh khả năng tự học và tự nghiên cứu các vấn đề khác của toán học.

B. Nội dung :

Trong đề tài này thông qua các ví dụ cụ thể nhằm rèn luyện cho học sinh khả năng phân tích đặc điểm bài toán trong qua trình tìm lời giải cho mỗi bài toán.

Ngoài ra rèn luyện cho học sinh có tư duy linh hoạt , sáng tạo , cách nhìn bài toán dưới các góc độ trong việc đi tìm lời giải.

1. ĐẠI SỐ : Bất đẳng thức Nesbitt.

✪ ***Bài toán gốc*** : Chứng minh rằng : $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}\quad\forall a,b,c>0$ (*)

✪ **Cách giải 1** :

*** Nhận xét :**

Vế trái xem là tổng của ***ba phân số có tính chất chung*** : Ts + Ms = a + b + c

Do đó cộng vào mỗi ***phân số của vế trái với 1*** để xuất hiện ***nhân tử chung***.

*** Bài giải :**

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}\Leftrightarrow(\frac{a}{b+c}+1)+(\frac{b}{a+c}+1)+(\frac{c}{a+b}+1)\geq\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow\frac{a+b+c}{b+c}+\frac{a+b+c}{a+c}+\frac{a+b+c}{a+b}\geq\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow(a+b+c)(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{a+b})\geq\frac{9}{2}$$

Ta thấy : ***Nhân tử trước có quan hệ với tổng các mẫu số ở nhóm sau***.

$$(a+b+c)(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{a+b})\geq\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow[(b+c)+(a+c)+(a+b)].(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{a+b})\geq 9$$

Nhóm trước là ***tổng nghịch đảo của nhóm sau***.

Đây chính là hệ quả BĐT giữa trung bình cộng và trung bình nhân ta có :

$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}\quad\forall a,b,c>0$ Dấu bằng xãy ra khi : a = b = c > 0

*** Lời bình :**

Việc chứng minh BĐT nhiều khi chúng ta phải để ý đến ***hình thức của nó***.

Từ đó phát hiện ra ***đặc điểm*** và ***hình thành con đường chứng minh***.

✪ **Cách giải 2** : Chứng minh rằng : $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}\quad\forall a,b,c>0$ (*)

*** Nhận xét :**

Để ***chứng minh*** : A ≥ B nhiều khi ta ***chuyển về chứng minh*** : A – B ≥ 0

*** Bài giải :**

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}-\frac{3}{2}\geq 0$$

$$\Leftrightarrow(\frac{a}{b+c}-\frac{1}{2})+(\frac{b}{a+c}-\frac{1}{2})+(\frac{c}{a+b}-\frac{1}{2})\geq 0$$

$\Leftrightarrow \dfrac{2a-(b+c)}{2(b+c)}+\dfrac{2b-(a+c)}{2(a+c)}+\dfrac{2c-(a+b)}{2(a+b)}\ge 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(a-b)+(a-c)}{b+c}+\dfrac{(b-a)+(b-c)}{a+c}+\dfrac{(c-a)+(c-b)}{a+b}\ge 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{a-b}{b+c}+\dfrac{a-c}{b+c}+\dfrac{b-a}{a+c}+\dfrac{b-c}{a+c}+\dfrac{c-a}{a+b}+\dfrac{c-b}{a+b}\ge 0$

$\Leftrightarrow (a-b)[\dfrac{1}{b+c}-\dfrac{1}{a+c}]+(a-c)[\dfrac{1}{b+c}-\dfrac{1}{a+b}]+(b-c)[\dfrac{1}{a+c}-\dfrac{1}{a+b}]\ge 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(a-b)^2}{(b+c)(a+c)}+\dfrac{(a-c)^2}{(b+c)(a+b)}+\dfrac{(b-c)^2}{(a+c)(a+b)}\ge 0$

Điều phải chứng minh.

*** Lời bình :**

Trong việc chứng minh BĐT thì ***tính đối xứng*** của bài toán chúng ta cần phải để ý đến. Ở đây do BĐT có tính đối xứng nên khi chuyển $\frac{3}{2}$ sang vế trái thì ta ***tách*** thành : $\frac{3}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ và ghép vào mỗi phân số ở vế trái.

✪ **Cách giải 3** : Chứng minh rằng : $\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}+\dfrac{c}{a+b}\ge\dfrac{3}{2}\quad \forall a,b,c>0$ (*)

* **Nhận xét** :

BĐT có ***chứa ẩn ở mẫu***.

Nên ta tìm cách ***khử mẫu số*** bằng ***con đường qui đồng mẫu số***.

*** Bài giải :**

$\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}+\dfrac{c}{a+b}\ge\dfrac{3}{2}$

$\Leftrightarrow 2a(a+c)(a+b)+2b(b+c)(a+b)+2c(b+c)(a+c)\ge 3(b+c)(a+c)(a+b)$

Đến đây bằng các phép toán đại số ta chuyển về BĐT mới tương đương.

$(*)\Leftrightarrow 2(a^3+b^3+c^3)\ge ab(a+b)+bc(b+c)+ac(a+c)$

Đến đây ta thấy bài toán khá quen thuộc với học sinh lớp 10.

$a^3+b^3\ge ab(a+b)$

$b^3+c^3\ge bc(b+c)$

$a^3+c^3\ge ac(a+c)$

$\Rightarrow 2(a^3+b^3+c^3)\ge ab(a+b)+bc(b+c)+ac(a+c)$

Điều phải chứng minh.

*** Lời bình :**

Việc ***quy đồng mẫu số*** thông thường làm ***phức tạp thêm bài toán***.

Thế nhưng trong trường hợp này thì quy đồng mẫu số kết hợp với các phép biến đổi Đại số giúp chúng ta chứng minh được BĐT này.

✪ **Cách giải 4** : Chứng minh rằng : $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}\quad\forall a,b,c>0\quad(*)$

* **Nhận xét** :

Từ ***hình thức của bài toán*** ta liên tưởng đến BĐT ***Bunhiacopsky***.

$$(a_1x+b_1y+c_1z)^2\leq(a_1^2+b_1^2+c_1^2)(x^2+y^2+z^2)\quad;\quad '='\Leftrightarrow\frac{a_1}{x}=\frac{b_1}{y}=\frac{c_1}{z}$$

Vấn đề là xem : a_1 , b_1 , c_1 , x , y , z như thế nào để :

$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}$ ***đóng vai trò là*** : $(a_1^2+b_1^2+c_1^2)$ hay $(x^2+y^2+z^2)$

* **Bài giải** :

$$(a+b+c)^2=[\sqrt{\frac{a}{b+c}}.\sqrt{a(b+c)}+\sqrt{\frac{b}{a+c}}.\sqrt{b(a+c)}+\sqrt{\frac{c}{a+b}}.\sqrt{c(a+b)}]^2$$

$$\leq(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b})(2ab+2ac+2bc)$$

$$\Rightarrow\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{(a+b+c)^2}{2ab+2ac+2bc}$$

Đến đây ta dể dàng chứng minh được : $\frac{(a+b+c)^2}{2ab+2ac+2bc}\geq\frac{3}{2}$

dựa vào bài toán cơ bản trong SGK ĐS 10 : $a^2+b^2+c^2\geq ab+ac+bc$

Do đó : $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}\quad\forall a,b,c>0$

* **Lời bình :**

Trong các kỷ thuật chứng minh BĐT cũng như trong việc học Toán đòi hỏi học sinh phải có ***tư duy biện chứng***. Chúng ta nhìn các ***sự vật , hiện tượng dưới góc độ thay đổi***. Như ở đây chúng ta xem :

$$a=\sqrt{\frac{a}{b+c}}.\sqrt{a(b+c)}\quad;\quad b=\sqrt{\frac{b}{a+c}}.\sqrt{b(a+c)}\quad;\quad c=\sqrt{\frac{c}{a+b}}.\sqrt{c(a+b)}$$

✪ **Cách giải 5** : Chứng minh rằng : $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}\quad\forall a,b,c>0\quad(*)$

* **Nhận xét** :

Ta ***thay đổi hình thức*** của bài toán bằng cách ***đặt ẩn mới*** mục đích là làm ***đơn giản biểu thức ở mẫu số*** nhằm làm thuận lợi cho qua trình biến đổi.

* **Bài giải** :

Đặt : $x=b+c\ ,\ y=c+a\ ,\ z=a+b$

$$\Rightarrow a=\frac{y+z-x}{2}\quad,\quad b=\frac{z+x-y}{2}\quad,\quad c=\frac{x+y-z}{2}$$

Khi đó BĐT trở thành : $\frac{y+z-x}{2x}+\frac{z+x-y}{2y}+\frac{x+y-z}{2z}\geq\frac{3}{2}$

$$\Leftrightarrow\frac{y+z}{x}+\frac{z+x}{y}+\frac{x+y}{z}\geq 6\Leftrightarrow\frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}+\frac{z}{x}+\frac{x}{y}+\frac{y}{z}\geq 6$$

Theo BĐT giữa trung bình cộng và trung bình nhân :

$$\frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}+\frac{z}{x}+\frac{x}{y}+\frac{y}{z}\geq 6.\sqrt[6]{\frac{y}{x}.\frac{z}{y}.\frac{x}{z}.\frac{z}{x}.\frac{x}{y}.\frac{y}{z}}=6$$

Do đó : $\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}+\dfrac{c}{a+b}\geq\dfrac{3}{2}\quad\forall a,b,c>0$

*** Lời bình :**

Việc ***thay đổi hình thức*** bài toán nhiều khi làm cho ***hình thức bài toán*** trở nên ***đơn giản và quen thuộc***.

Ở đây bằng phép đặt : $x=b+c\ ,\ y=c+a\ ,\ z=a+b$ ***ta đã chuyển*** bài toán ban đầu về bài toán mới ***quen thuộc*** $\dfrac{y}{x}+\dfrac{z}{y}+\dfrac{x}{z}+\dfrac{z}{x}+\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{z}\geq 6$ đã có trong SGK ĐS 10.

✪ **Cách giải 6** : Chứng minh rằng : $\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}+\dfrac{c}{a+b}\geq\dfrac{3}{2}\quad\forall a,b,c>0$ (*)

*** Bài giải :**

$$\text{Đặt : }\begin{cases}A=\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}+\dfrac{c}{a+b}\\ B=\dfrac{b}{b+c}+\dfrac{c}{a+c}+\dfrac{a}{a+b}\\ C=\dfrac{c}{b+c}+\dfrac{a}{a+c}+\dfrac{b}{a+b}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A+B=\dfrac{a+b}{b+c}+\dfrac{b+c}{a+c}+\dfrac{c+a}{a+b}\\ B+C=3\\ A+C=\dfrac{a+c}{b+c}+\dfrac{a+b}{a+c}+\dfrac{b+c}{a+b}\end{cases}$$

Theo BĐT giữa trung bình cộng và trung bình nhân ta có :

$$A+B=\frac{a+b}{b+c}+\frac{b+c}{a+c}+\frac{c+a}{a+b}\geq 3.\sqrt[3]{\frac{a+b}{b+c}.\frac{b+c}{a+c}.\frac{c+a}{a+b}}=3$$

$$A+C=\frac{a+c}{b+c}+\frac{a+b}{a+c}+\frac{b+c}{a+b}\geq 3.\sqrt[3]{\frac{a+c}{b+c}.\frac{a+b}{a+c}.\frac{b+c}{a+b}}=3$$

$$\Rightarrow(A+B)+(A+C)\geq 6\Rightarrow 2A+B+C\geq 6\Rightarrow A\geq\frac{3}{2}$$

*** Lời bình :**

Việc tạo ra các ***biểu thức phụ*** có vai trò hoán vị của biểu thức ban đầu thể hiện ***tính đối xứng*** của Vế trái. Sau đó làm rõ mối quan hệ ba biểu thức A , B , C.

✪ **Cách giải** 7 : Chứng minh rằng : $\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}+\dfrac{c}{a+b}\geq\dfrac{3}{2}\quad\forall a,b,c>0$ (*)

*** Bài giải :**

Theo BĐT giữa trung bình cộng và trung bình nhân ta có :

$$\begin{cases}\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}+\sqrt{b^3}\geq 3\sqrt[3]{\sqrt{a^3}.\sqrt{b^3}.\sqrt{b^3}}=3.\sqrt{a}.b\\ \sqrt{a^3}+\sqrt{c^3}+\sqrt{c^3}\geq 3\sqrt[3]{\sqrt{a^3}.\sqrt{c^3}.\sqrt{c^3}}=3.\sqrt{a}.c\end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}+\sqrt{c^3})\geq 3\sqrt{a}.(b+c)\Rightarrow\frac{a}{b+c}\geq\frac{3.\sqrt{a^3}}{2(\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}+\sqrt{c^3})}\quad(1)$$

Tương tự ta chứng minh được : $\dfrac{b}{a+c} \geq \dfrac{3.\sqrt{b^3}}{2(\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}+\sqrt{c^3})}$ (2)

$$\dfrac{c}{a+b} \geq \dfrac{3.\sqrt{c^3}}{2(\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}+\sqrt{c^3})} \quad (3)$$

Cộng vế theo vế ta có : $\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}+\dfrac{c}{a+b} \geq \dfrac{3.(\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}+\sqrt{c^3})}{2(\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}+\sqrt{c^3})} = \dfrac{3}{2}$

✪ **Cách giải 8** : Chứng minh rằng : $\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}+\dfrac{c}{a+b} \geq \dfrac{3}{2} \quad \forall a,b,c>0$ (*)

*** Bài giải :**

Ta có : $(x+y)^2 \geq 4xy$ do đó :

$$[2a+(b+c)]^2 \geq 8a(b+c) \Leftrightarrow 4a^2+4a(b+c)+(b+c)^2 \geq 8a(b+c)$$

$$\Leftrightarrow 4a(a+b+c) \geq (b+c)(8a-b-c) \Leftrightarrow \dfrac{a}{b+c} \geq \dfrac{1}{4}.\dfrac{8a-b-c}{a+b+c} \quad (1)$$

Tương tự ta chứng minh được : $\dfrac{b}{a+c} \geq \dfrac{1}{4}.\dfrac{8b-a-c}{a+b+c}$ (2)

$$\dfrac{c}{a+b} \geq \dfrac{1}{4}.\dfrac{8c-a-b}{a+b+c} \quad (3)$$

Cộng vế theo vế ta có :

$$\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}+\dfrac{c}{a+b} \geq \dfrac{1}{4}.\dfrac{8a-b-c}{a+b+c}+\dfrac{1}{4}.\dfrac{8b-a-c}{a+b+c}+\dfrac{1}{4}.\dfrac{8c-a-b}{a+b+c} = \dfrac{3}{2}$$

*** Lời bình :**

Xuất phát từ một ***điều đơn giản*** , nếu biết ***vận dụng một cách khéo léo*** thì ta thu được các ***kết quả rất lớn***.

Do đó khi học cần ***khai thác kỷ bài toán*** , ***xác định mối liên hệ*** của các bài toán nhằm tìm ra các ***con đường*** trong việc giải chúng.

✪ ***Bài toán tổng quát*** :

Việc ***giải được bài toán*** cụ thể là điều rất đáng mừng , thế nhưng nếu ***dừng lại*** ở mức độ giải bài toán đó thì xem như mới hoàn thành ***một nữa công việc***.

Ở đây chúng ta đòi hỏi ***mức độ , kỷ năng cao hơn*** đó là ***phát hiện*** và ***giải bài toán tổng quát của nó***.

* Cho : $\begin{cases} a,b,c>0 \\ a.b.c=1 \ , \ \alpha \geq 1 \end{cases}$ CMR : $\dfrac{a^\alpha}{b+c}+\dfrac{b^\alpha}{a+c}+\dfrac{c^\alpha}{a+b} \geq \dfrac{3}{2}$

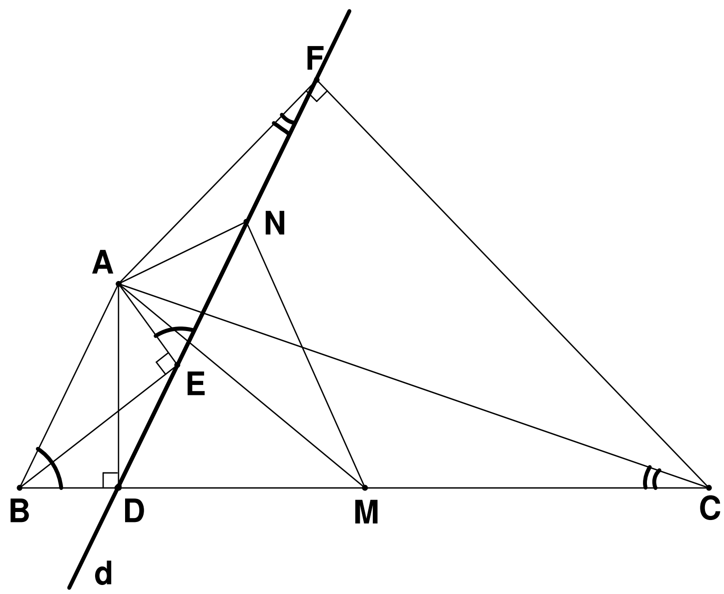
* Cho : $\begin{cases} a,b,c>0 \\ k \geq \dfrac{2}{3} \end{cases}$ CMR : $(\dfrac{a}{b+c})^k+(\dfrac{b}{a+c})^k+(\dfrac{c}{a+b})^k \geq \dfrac{3}{2^k}$

2. HÌNH HỌC :

✪ *Bài toán* : **Đề thi HSG Khối 12 năm học 2009 - 2010**.

Cho ΔABC và D là chân đường cao hạ từ A. Gọi d là đường thẳng đi qua D và nằm trong mặt phẳng chứa ΔABC. Gọi E , F là các điểm nằm trên đường thẳng d sao cho AE ⊥ BE , AF ⊥ CF và E , F không trùng với D. Gọi M , N là các trung điểm tương ứng của BC , EF. Chứng minh rằng : AN ⊥ NM.

✪ **Cách giải 1** :



*** Nhận xét :**

Trong kết luận bài toán : AN ⊥ NM. Mà theo giả thiết ta có : AD ⊥ DM.

Điều này có nghĩa là tứ giác : ADMN là tứ giác nội tiếp.

Cho nên để ***giải bài toán*** ta đi ***chứng minh tứ giác ADMN là tứ giác nội tiếp***.

*** Bài giải :**

Xét hai tam giác ABC và AEF. Ta có :

$\widehat{ABC} = \widehat{AEF}$ (cùng bù với $\widehat{AED}$)

$\widehat{ACB} = \widehat{AFE}$ (tứ giác ADCF nội tiếp và $\widehat{ACB}$, $\widehat{AFE}$ cùng nhìn $\widehat{AD}$)

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AEF \ (g.g) \ \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{AF}{EF}$$

Mặt khác : BC = 2MC ; EF = 2NF.

$$\Rightarrow \frac{AC}{MC} = \frac{AF}{NF} \Rightarrow \triangle AMC \sim \triangle ANF \Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{NAF}$$

$$\Rightarrow \widehat{MAC} + \widehat{CAN} = \widehat{CAN} + \widehat{NAF} \Rightarrow \widehat{MAN} = \widehat{CAF}$$

Ngoài ra : $\widehat{CAF} = \widehat{CDF} \Rightarrow \widehat{MAN} = \widehat{CDF} \Rightarrow \widehat{MAN} = \widehat{MDN}$

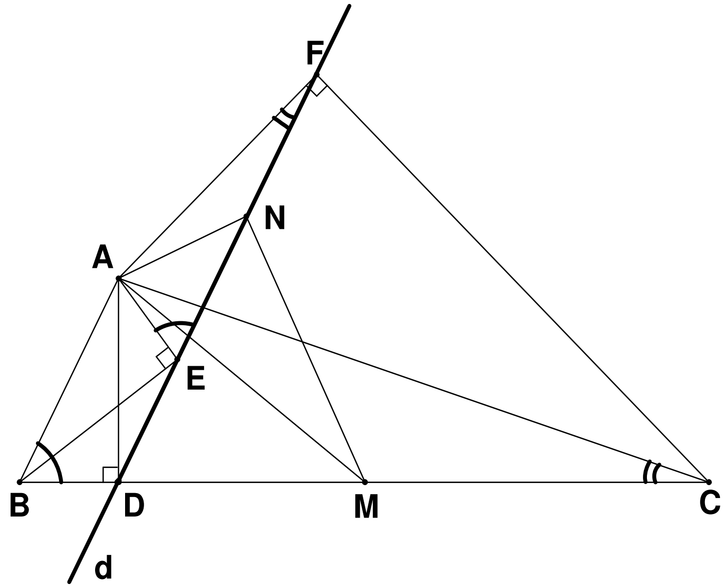
Khi đó tứ giác : ADMN nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ADM} = \widehat{ANM} = 90^0 \Rightarrow AN \perp NM$.

*** Lời bình :**

Việc xác lập mối qua hệ giữa giả thiết với kết luận của bài toán điều này giúp chúng ta có định hướng cho qua trình tìm lời giải của bài toán.

Cho nên để ***giải bài toán*** ta đi ***chứng minh tứ giác ADMN là tứ giác nội tiếp***.

✪ **Cách giải 2** :



*** Nhận xét :**

Kết luận bài toán là chứng minh : AN $\perp$ NM. Điều này có nghĩa là chứng minh ΔAMN vuông tại N. Mà theo giả thiết có nhiều tam giác vuông. Vậy để chứng minh bài toán ta chứng minh ΔAMN ***đồng dạng*** với một trong các tam giác đó .

*** Bài giải :**

Xét hai tam giác ABC và AEF. Ta có :

$\widehat{ABC} = \widehat{AEF}$ (cùng bù với $\widehat{AED}$)

$\widehat{ACB} = \widehat{AFE}$ (tứ giác ADCF nội tiếp và $\widehat{ACB}$, $\widehat{AFE}$ cùng nhìn $\overset{\frown}{AD}$)

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AEF$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{EF}{BC}$

Mặt khác : BC = 2MC ; EF = 2NF $\Rightarrow \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{EN}{BM}$

Xét hai tam giác AEN và ABM. Ta có : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{EN}{BM}$; $\widehat{ABM} = \widehat{AEN}$

$\Rightarrow \triangle AEN \sim \triangle ABM$ (c.g.c) $\Rightarrow \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AN}{AM}$; $\widehat{EAN} = \widehat{BAM}$

Do : $\widehat{EAN} = \widehat{BAM} \Rightarrow \widehat{EAB} = \widehat{NAM}$

Xét hai tam giác AEB và ANM. Ta có : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{EN}{BM}$; $\widehat{EAB} = \widehat{NAM}$

$\Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle ANM \Rightarrow AN \perp NM$

*** Lời bình :**

Nhiều khi nhìn kết luận bài toán ***dưới góc độ khác*** thì dể định hướng cho qua trình đi tìm lời giải.

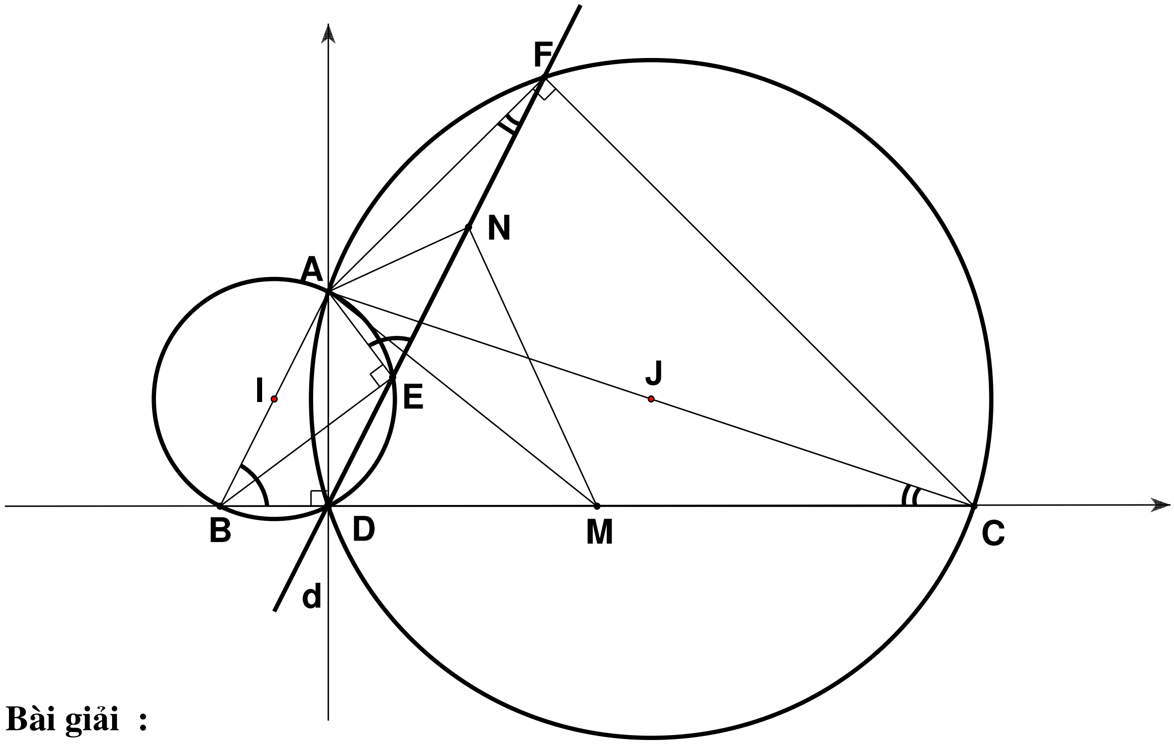
Ở đây ***có nhiều tam giác vuông*** nhưng vấn đề là ***phát hiện*** ra tam giác nào ***đồng dạng với tam giác*** ΔAMN là một quá trình tương đối khó. Nó đòi hỏi học sinh phải biết ***nhìn nhận , dự đoán và tìm cách chứng minh*** dự đoán đó.

✪ **Cách giải 3** :

*** Nhận xét :**

Khi nhìn ***vị trí điểm D*** ta thấy có hai đường thẳng : DA và DC vuông góc với nhau. Hình ảnh này làm ta ***liên tưởng đến Hệ trục toạ độ vuông góc***.

Từ đây hình thành ***phương pháp toạ độ*** để giải bài toán.



*** Bài giải :**

Chọn hệ trục toạ độ sao cho :

D là gốc toạ độ. DC trung với tia Ox. DA trung với tia Oy.

Khi đó toạ độ các điểm như sau :

D(0 ; 0) , A(0 ; a) , B(- b ; 0) , C(c ; 0) , M($\frac{c-b}{2};0$) , I($-\frac{b}{2};\frac{a}{2}$) , J($\frac{c}{2};\frac{a}{2}$)

Do d đi qua O nên phương trình đường thẳng d có dạng : y = k.x

Phương trình đường tròn đường kính AB là :

$$(C_1):\ (x+\frac{b}{2})^2+(y-\frac{a}{2})^2=\frac{1}{4}(a^2+b^2)$$

Toạ độ điểm E = $(C_1) \cap$ d là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases}(x+\frac{b}{2})^2+(y-\frac{a}{2})^2=\frac{1}{4}(a^2+b^2)\\ y=kx\end{cases}\quad \text{Khi đó : } E(\frac{ak-b}{k^2+1};\frac{k(ak-b)}{k^2+1})$$

Phương trình đường tròn đường kính AC là :

$$(C_2):\ (x-\frac{c}{2})^2+(y-\frac{a}{2})^2=\frac{1}{4}(a^2+c^2)$$

Toạ độ điểm F = $(C_2) \cap$ d là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases}(x-\frac{c}{2})^2+(y-\frac{a}{2})^2=\frac{1}{4}(a^2+c^2)\\ y=kx\end{cases}\quad \text{Khi đó : } F(\frac{ak+c}{k^2+1};\frac{k(ak+c)}{k^2+1})$$

Khi đó toạ độ điểm N trung điểm EF là : $N(\frac{2ak-b+c}{2(k^2+1)};\frac{k(2ak-b+c)}{2(k^2+1)})$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN}(\frac{k(2a+kb-kc)}{2(k^2+1)}\ ;\ \frac{k(2ak-b+c)}{2(k^2+1)})$$

$$\overrightarrow{AN}(\frac{2ak-b+c}{2(k^2+1)}\ ;\ -\frac{2a+kb-kc}{2(k^2+1)})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AN}.\overrightarrow{MN}=\frac{k(2a+kb-kc)}{2(k^2+1)}.\frac{2ak-b+c}{2(k^2+1)}+\frac{k(2ak-b+c)}{2(k^2+1)}.(-\frac{2a+kb-kc}{2(k^2+1)})=0$$

$$\Rightarrow AN\perp NM$$

*** Lời bình :**

Cách giải này ***khá hay*** ở chổ nó giúp cho học sinh thấy sự ***linh hoạt*** trong suy nghĩ bài toán. Thoạt nhìn ***bề ngoài thì ta thấy có vẽ rườm rà*** thế nhưng nó ***gắn kết*** được các ***khái niệm , vấn đề toán học*** với nhau.

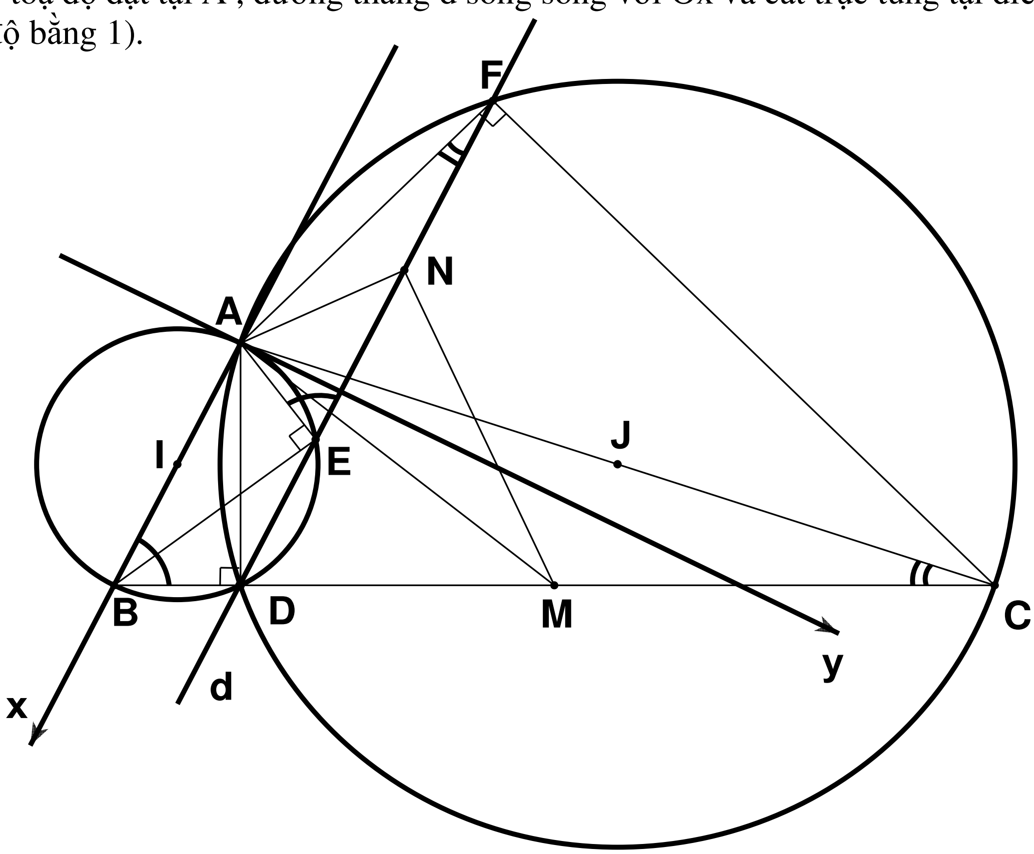
✪ **Cách giải 4** :

*** Nhận xét :**

Phương pháp toạ độ thông thường giúp chúng ta ***diễn đạt bài toán bằng ngôn ngữ dể hiểu.*** Thế nhưng nếu biết ***vận dụng cách chọn hệ trục khéo léo*** thì lời giải ***ngắn gọn*** hơn nhiều.

*** Bài giải :**

Chọn hệ trục toạ độ sao cho : A(0 ; 0) , D(x_D ; 1) , E(x_D ; 1) , F(x_F ; 1).
(Gốc toạ độ đặt tại A , đường thẳng d song song với Ox và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1).



Vì hệ số góc của đường thẳng AE là : $\frac{1}{x_E}$ nên hệ số góc của BE là : - x_E

Khi đó đường thẳng BE có phương trình là : $y = -x_E(x - x_E) + 1$

Tương tự đường thẳng BC có phương trình là : $y = -x_D(x - x_D) + 1$

B là giao điểm của : BE và BC nên toạ độ B là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases} y = -x_E(x - x_E) + 1 \\ y = -x_D(x - x_D) + 1 \end{cases} \Rightarrow B(x_D + x_E; 1 - x_D.x_E)$$

Tương tự ta tìm được toạ độ điểm C là : $C(x_D + x_F; 1 - x_D.x_F)$

Khi đó ta tìm được toạ độ các điểm M , N là :

$$M(x_D + \frac{x_E + x_F}{2}\ ;\ 1 - \frac{x_D.x_E + x_D.x_F}{2}) \text{ và } N(\frac{x_E + x_F}{2}\ ;\ 1)$$

Nên hệ số góc của đường thẳng AN là : $\frac{2}{x_E + x_F}$ và của MN là : $-\frac{x_E + x_F}{2}$

Vì vậy : $AN \perp NM$.

C. Kết luận :

- Sáng kiến kinh nghiệm này đã rèn luyện cho các em có tư duy biện chứng , linh hoạt khi nhìn nhận , phát hiện và giải quyết vấn đề. Góp phần xây dựng năng lực tư duy lôgic , khả năng diễn đạt vấn đề mạch lạc và khả năng suy luận có lý. Tạo ra sự linh hoạt cho học sinh trong quá trình tìm lời giải của bài toán. Gây hứng thú cho học sinh trong quá trình tìm tòi , phát hiện vấn đề. Tập cho học sinh khả năng tự học và tự nghiên cứu các vấn đề khác của toán học.
- Qua thực tế giảng dạy tôi thấy học sinh rất có hứng thú khi học. Kết quả qua khảo sát cho thấy học sinh nắm rất tốt các vấn đề. Bài tập về nhà học sinh đã làm được theo yêu cầu của giáo viên đặt ra. Một số em còn mở rộng được số cách giải và vận dụng các phương pháp này trong việc giải các bài toán khác.

- Trên đây là những nghiên cứu và kinh nghiệm của bản thân tôi. Hy vọng đề tài này sẽ góp phần để việc dạy và học môn Toán đạt hiệu quả hơn. Do thời gian có hạn nên việc nghiên cứu chưa được nhiều. Rất mong sự đóng góp ý kiến của người đọc.

Tài liệu tham khảo :

1. Sách giáo khoa toán THPT.
2. Báo toán học và tuổi trẻ.
3. Đề thi và đáp án kỳ thi : HSG Khối 12 năm học : 2009 - 2010.

Ba đồn , ngày 5 tháng 4 năm 2010.

Người thực hiện : *PHAN VĂN ANH*

HỘI ĐỒNG KHOA HỌC CẤP TRƯỜNG

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

Ba đồn , ngày 5 tháng 4 năm 2010

Tổ trưởng chuyên môn : Phó hiệu trưởng phụ trách chuyên môn :

Chủ tịch hội đồng - Hiệu trưởng :

HOÀNG ĐÌNH BƯỜNG

HỘI ĐỒNG KHOA HỌC CẤP NGHÀNH

SÁNG KIẾN – KINH NGHIỆM

- CHỦ TỊCH:

- THƯ KÝ:

- ỦY VIÊN PHẢN BIỆN 1:

- ỦY VIÊN PHẢN BIỆN 2:

- ỦY VIÊN HỘI ĐỒNG:

Đồng Hới , ngày …. tháng … năm 2010

Chủ tịch hội đồng :

DUYỆT CỦA HỘI ĐỒNG KHOA HỌC VÀ ĐÀO TẠO.