

Nâng cao kiến thức phổ thông : Môn Toán 11NC.

PHÉP TỊNH TIẾN.

I. Kiến thức cơ bản :

1. Định nghĩa : Cho vectơ \vec{u}

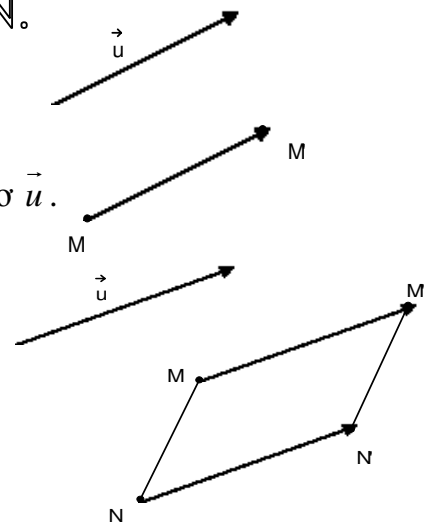
Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho : $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ gọi là phép tịnh tiến theo vectơ \vec{u} .

* **Ký hiệu :** $T_{\vec{u}}$.

+ \vec{u} : vectơ tịnh tiến.

+ M' : ảnh của M qua $T_{\vec{u}}$.

+ $T_{\vec{u}}(H) = H'$ thì H' gọi là ảnh của hình H qua $T_{\vec{u}}$.



2. Tính chất :

a. Định lý 1 : Bảo toàn khoảng cách.

$$T_{\vec{u}} : \begin{cases} M \mapsto M' \\ N \mapsto N' \end{cases} \Rightarrow MN = M'N'. \text{ Phép tịnh tiến là phép dời hình.}$$

b. Định lý 2 : Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự.

c. Hệ quả :

Phép tịnh tiến biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó , biến đường thẳng thành đường thẳng , biến tia thành tia , biến tam giác thành tam giác bằng nó , biến đường tròn thành đường tròn bằng nó , biến góc thành góc bằng nó.

3. Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến :

Cho $\vec{u}(a;b)$ giả sử : $T_{\vec{u}} : M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$ khi đó :

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

II. Ứng dụng của phép tịnh tiến :

* **Bài toán 1 :** Tìm tập hợp điểm.

Muốn tìm tập hợp điểm M' ta đặt ra câu hỏi :

$T_{\vec{v}} : ?? \mapsto M'$ M' là ảnh của điểm nào qua phép gì ?

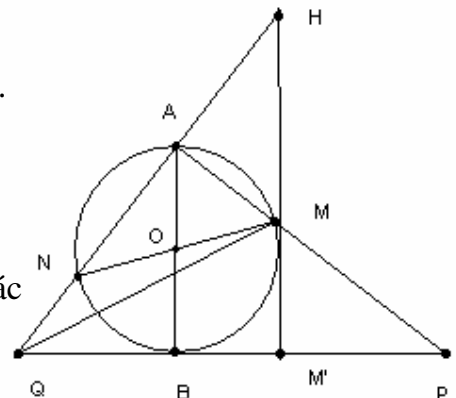
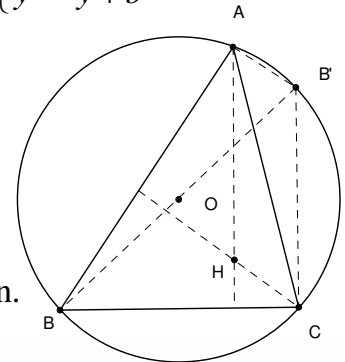
VD: Cho đường tròn tâm (O) cố định và hai điểm B , C nằm trên đường tròn. A là điểm thay đổi trên đường tròn. Tìm quỹ tích trực tâm H của tam giác ABC khi A thay đổi trên đường tròn.

Bg:

H là ảnh của điểm A qua phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{B'C}$.

VD: Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB cố định , một đường kính MN thay đổi. Các đường thẳng : AM , AN cắt tiếp tuyến với đường tròn tại B lần lượt là : P và Q. Tìm quỹ tích trực tâm các tam giác MPQ , NPQ.

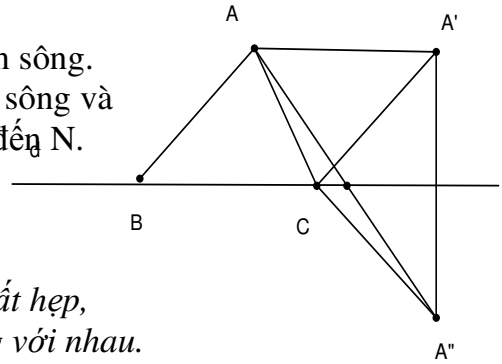
Bg: $T_{\vec{2OA}} : M \mapsto H$.



Nâng cao kiến thức phổ thông : Môn Toán 11NC.

* **Bài toán 2 :** Tìm cực trị của đại lượng hình học.

VD: Hai thôn nằm ở vị trí A và B cách nhau một con sông.
 Người ta dự định xây một cái cầu MN bắc qua sông và
 đắp hai đoạn đường thẳng từ A đến M và từ B đến N.
 Hãy xác định vị trí cây cầu MN sao cho
 khoảng cách AM + BN ngắn nhất.



* **Nhận xét :** Bài toán sẽ rất đơn giản nếu con sông rất hẹp,
 hẹp đến mức hai bờ sông a và b xem như trùng với nhau.

* **Hoạt động 1 :** Hãy giải bài toán trong trường hợp đó.

Trường hợp tổng quát có thể đưa về trường hợp trên bằng một phép tịnh tiến theo
 vector \overrightarrow{MN} để a trùng b. Khi đó điểm A biến thành điểm A' sao cho vector
 $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MN}$ và do đó $A'N = AM$.

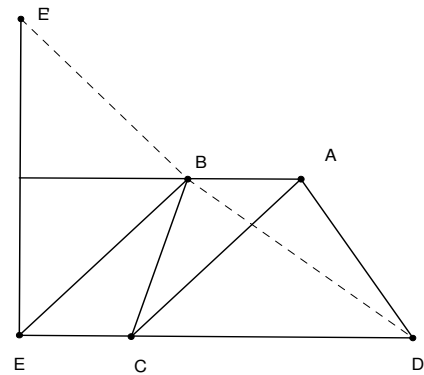
* **Hoạt động 2 :** Từ gợi ý đó, hãy giải bài toán trong trường hợp tổng quát.

VD: Cho trước một điểm A, đường thẳng d cố định không đi qua A. Trên d lấy B, C
 sao cho : $BC = a$. Tìm vị trí của B, C sao cho : $AB + AC$ nhỏ nhất.

Bg: $AB + AC = A''C + AC \geq AA''$

VD: Cho hình thang ABCD có độ dài hai đáy :
 $AB = a, CD = b$. Đáy CD cố định và đáy AB trượt
 trên một đường thẳng cố định. Tìm vị trí của : A, B
 để tổng : $AC + BD$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bg: $AC + BD = BE + BD \geq DE'$



* **Bài toán 3 :** Dựng hình.

VD: Cho đường tròn (C) : $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$

Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo $\vec{u}(3; -1)$

VD: Trong mặt phẳng cho phép tịnh tiến T theo $\vec{u}(1; 2)$.

a. Tìm ảnh của các đường thẳng sau qua T_u^- :

+ $3x - 5y + 1 = 0$.

+ $2x + y + 10 = 0$.

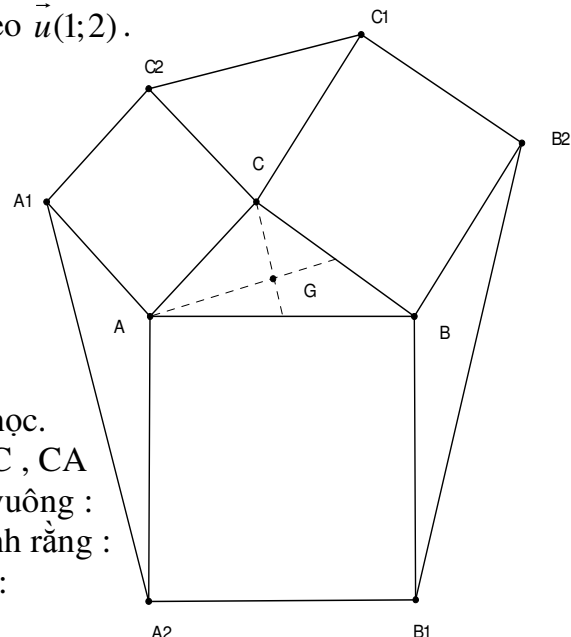
b. Tìm ảnh của đường tròn sau qua T_u^- :

+ (C₁) : $x^2 + y^2 - 4x + y - 1 = 0$.

+ (C₂) : $(x - 1)^2 + y^2 = 4$.

* **Bài toán 4 :** Chứng minh các tính chất hình học.

VD: Cho tam giác ABC trên các cạnh AB, BC, CA
 về phía ngoài tam giác ta dựng các hình vuông :
 $ABB_1A_2, BCC_1B_2, CAA_1C_2$. Chứng minh rằng :
 các đường trung trực của các đoạn thẳng :
 A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 đồng quy.



Bg :